

Gear I - Spur Gears

한국폴리아세탈(주)
KOREA POLYACETAL CO., LTD.

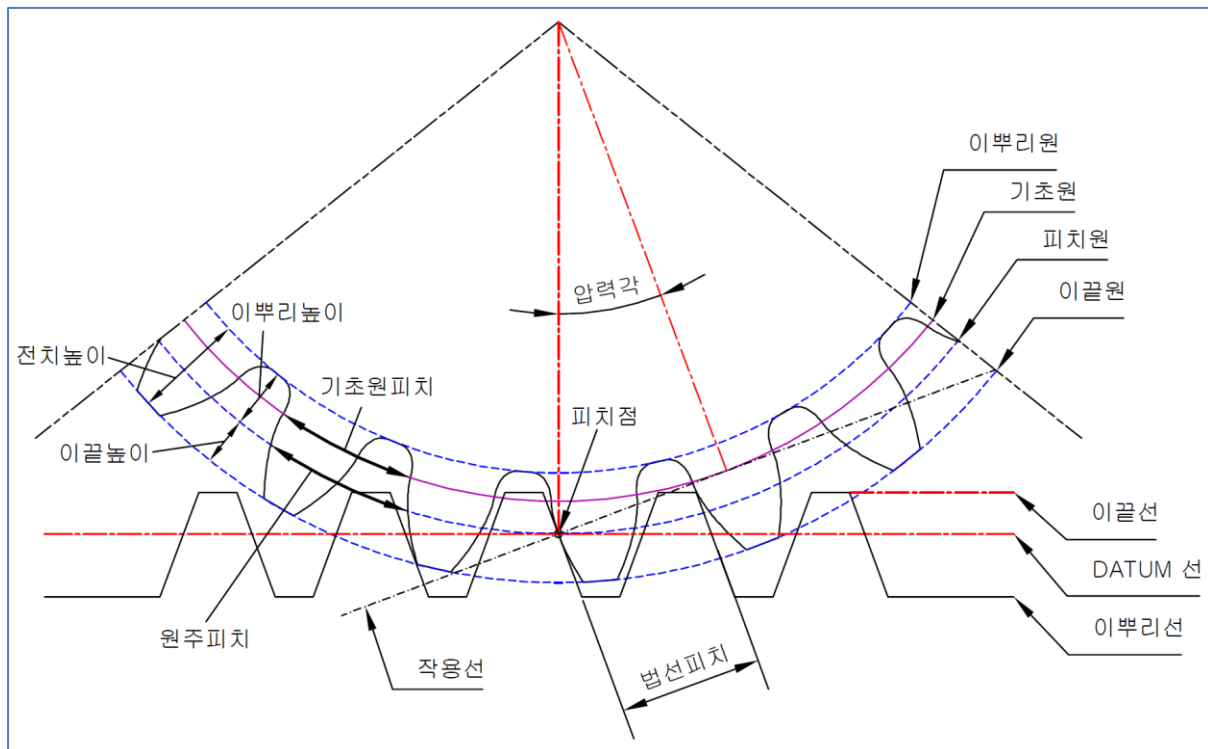
KPAC

서울시 중구 소공로 94, 14층 (소공동, OCI빌딩)
14th Floor, OCI BLDG., 94, Sogong-ro, Jung-gu, Seoul, 04532, Republic of Korea
Tel +82-2-728-7400 Fax 82-2-714-9235 www.gpac-kpac.com

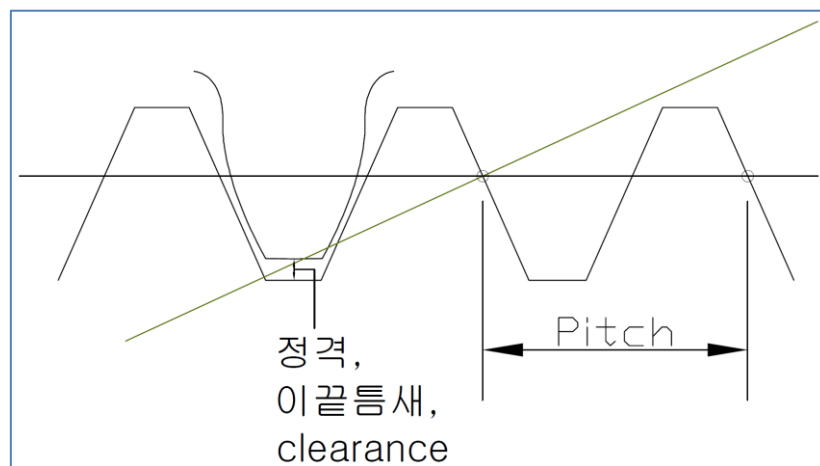
1. 기어 규격(KS)

- | | |
|-------------------------|-----------|
| (1) 기어 각부 명칭 | KS B 0102 |
| (2) 기어 수식 및 그림에 사용되는 규격 | KS B 0053 |
| (3) 기어제도 | KS B 0002 |

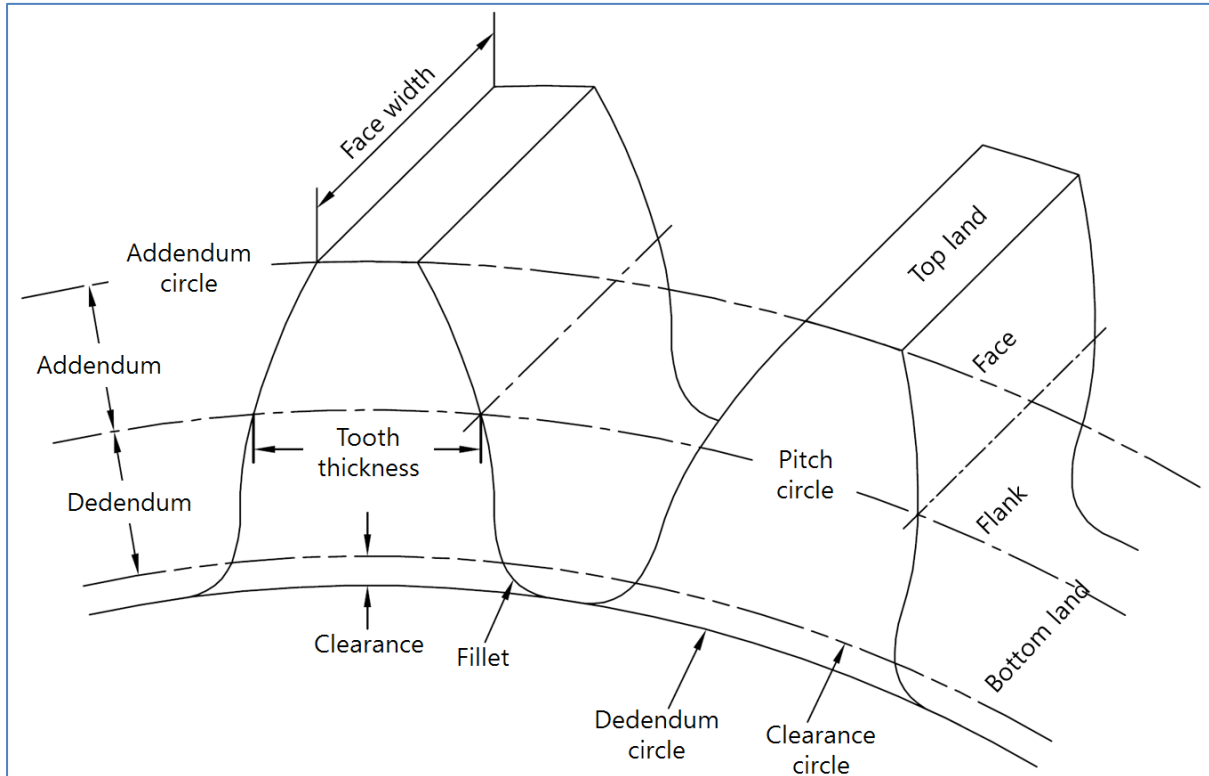
2. 기어 각부의 명칭



[그림 1] 기어 각부 명칭



[그림 2] 정격(이끝틈새)



[그림 3] 기어 이 각부 명칭

- (1) 피치점(pitch point) : 작용선과 두 기어의 중심을 잇는 선이 만나는 점,
두 기어의 피치원이 만나는 점
- (2) 피치원(pitch circle) : 기어의 중심에서 기어의 중심과 피치점과의 거리를
반지름으로 그린 원
- (3) 기초원(base circle) : Involute 곡선이 만들어지는 기본원
- (4) 작용선(line of action) : 기어가 맞물려 회전할 때 치면의 접촉면에서 세운 공통법선,
접촉점에서 힘이 전달되는 방향
- (5) 압력각(pressure angle) : 맞물린 두 기어의 피치원의 공통접선과 작용선이 이루는 각
- (6) 이끝원(addendum circle) : 기어의 이끝을 연결한 원
- (7) 이뿌리원(dedendum circle) : 기어의 이뿌리를 연결한 원
- (8) 이끝높이(addendum) : 피치원과 이끝원까지의 거리
- (9) 이뿌리높이(dedendum) : 피치원과 이뿌리원까지의 거리
- (10) 원주피치(circular pitch) : 피치원 둘레에서 이 한 개가 차지하는 원호길이로서
피치원의 둘레를 잇수로 나눈 값, 즉 피치원주상의 이의 원호길이와 이 홈의
원호길이의 합
- (11) 법선피치(normal pitch) : 기초원피치와 같은 값이며, 공통법선상에서 이와 이
사이의 대응거리
- (12) 틈새(clearance) : 맞물린 두 기어에서 한 기어의 이끝원에서 상대 기어의

이뿌리원까지의 중심선상 거리

(13) 전치높이(whole depth) : 이의 전체 높이 = 이끝높이 + 이뿌리높이

(14) 유효치높이(working depth) : 물림 이높이라고도 하며, 맞물리는 한 쌍의 기어에서 이끝높이의 합

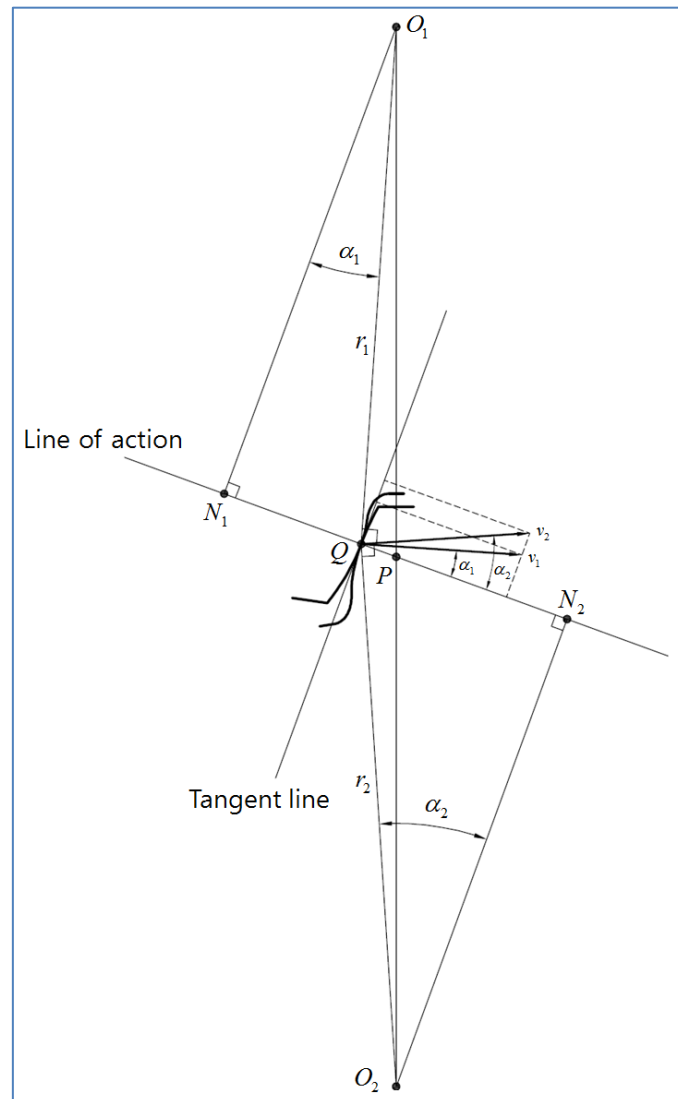
(15) 백래쉬(backlash) : 치면사이의 틈새

(구분 : 피치원주상 백래쉬, 법선방향 백래쉬, 반경방향 백래쉬)

3. 기어 기초 이론

3-1. 기어의 치형

(1) 기어가 맞물리기 위한 조건 : 두 개의 기어가 물릴 때, 치형 곡선상의 한 점에서 항상 접하고 있고, 치형이 서로 떨어지지도 않고 파고 들어가지도 않도록 하기 위해서는 접촉 Q에 있어서 법선 방향의 속도 성분이 같아야 한다.



[그림 4] 치형곡선

(2) 치형 곡선의 기구학적인 조건

* $O_1, O_2 \rightarrow$ 회전 중심, 고정 점

* 기어의 속도 비 : 일정

- 기어 1의 Q점의 속도 $v_1 = r_1 \omega_1$

- 기어 2의 Q점의 속도 $v_2 = r_2 \omega_2$

- 법선 방향으로의 속도성분 = $v_1 \cos \alpha_1 = v_2 \cos \alpha_2$

- $r_1 \omega_1 \cos \alpha_1 = r_2 \omega_2 \cos \alpha_2$

- $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 \cos \alpha_2}{r_1 \cos \alpha_1} = \frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{O_2 P}{O_1 P}$

- $\Delta O_1 N_1 P \propto \Delta O_2 N_2 P \rightarrow$ 닮은꼴

* P 점 : 중심거리 $\overline{O_1 O_2}$ 길이를 일정 내분하는 점 ($\frac{\omega_1}{\omega_2}$) \rightarrow 고정 점 \rightarrow pitch 점

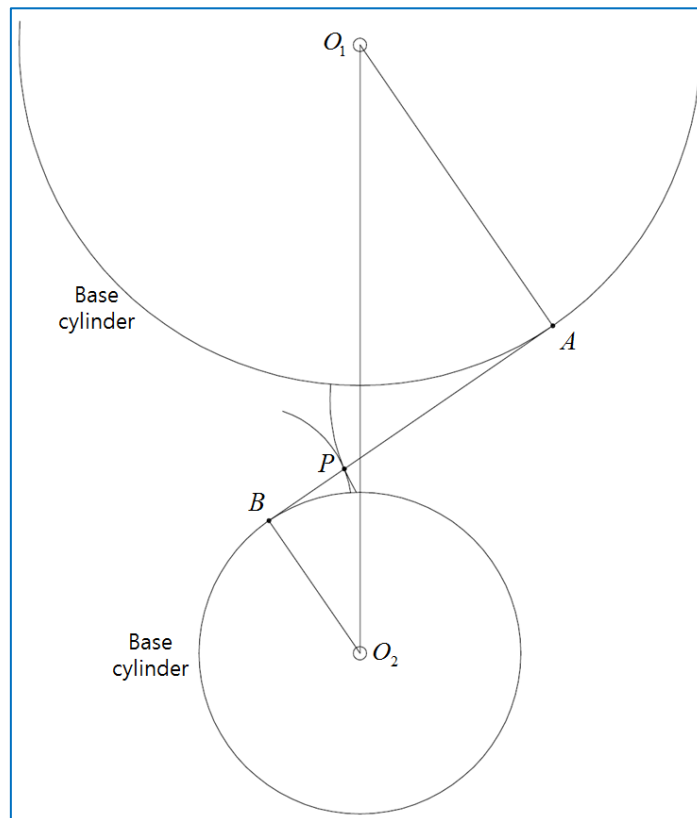
3-2. Pitch 점

(1) 카뮤(Camus)의 정리: 접촉점에 있어서 치형에 세운 공통법선은 Pitch 점을 통과한다.

① 위 조건을 만족하는 곡선은 무수히 많다.

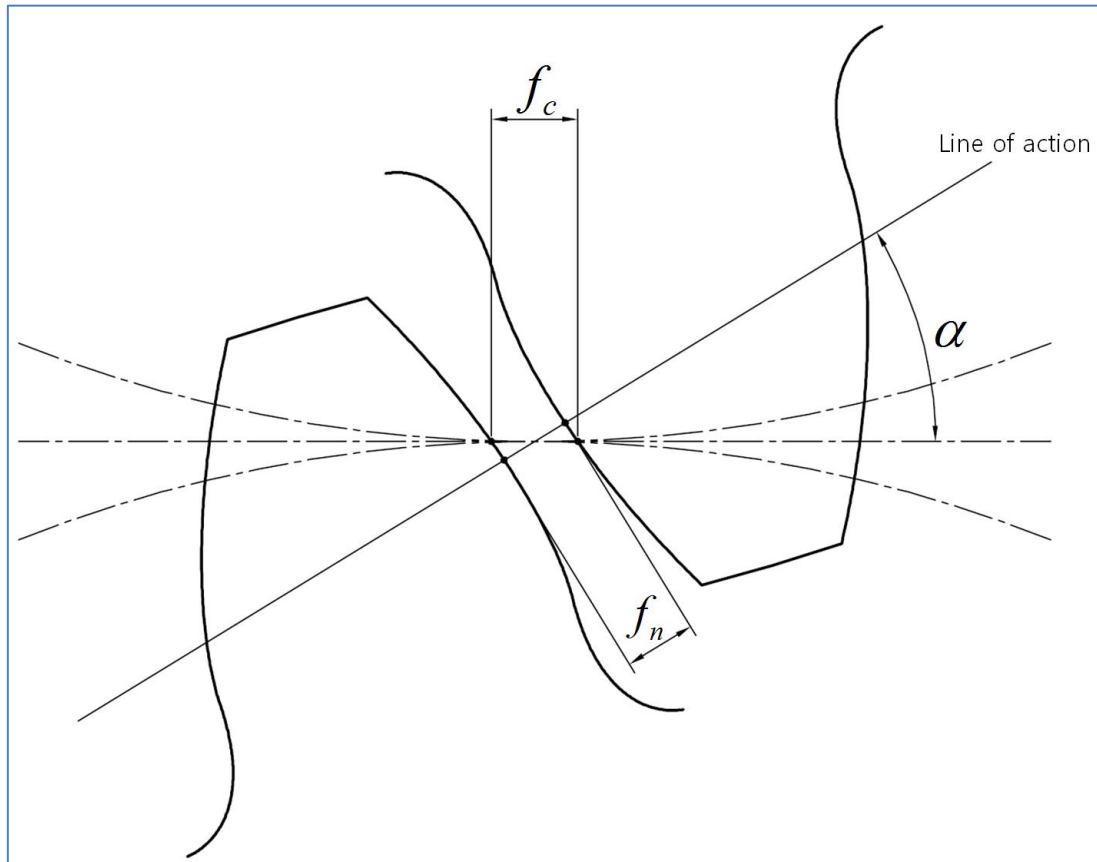
② 실용상의 관점에서 2, 3개의 곡선으로 한정된다.

③ 인벌루트(Involute) 곡선과 사이클로이드(Cycloid) 곡선



[그림 5] 인벌루트 치형의 작용원리

3-3. 백래쉬(Backlash)



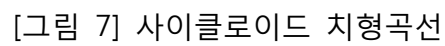
[그림 6] 백래쉬

(1) Backlash를 주는 두 가지 방법

- ① 피치원주상의 이두께의 합이 원주피치의 원둘레상 backlash 만큼 작게 하는 방법 :
맞물리는 기어에서 backlash 길이를 1/2씩 균등하게 배분하는 방법과 구동축인
기어의 이두께를 $p/2$ 로 하고 이에 맞물리는 기어의 이두께를 $p/2-f$ 로 하는
방법이 있다.
- ② 중심거리를 f_r 만큼 크게 하는 방법

3-4. 사이클로이드(Cycloid) 치형

- (1) 기초원 위를 작은 원인 구름원(rolling circle)이 미끄럼 없이 굴러갈 때, 이 구름원
위의 한점이 긋는 궤적
- (2) 사이클로이드(Cycloid) 곡선
 - ① 외전사이클로이드(epicycloids) 곡선 : 피치원 외부에 그려지는 곡선
 - ② 내전사이클로이드(hypocycloid) 곡선 : 피치원 내부에 그려지는 곡선

[illegible]

[그림 8] 인벌루트 치형곡선

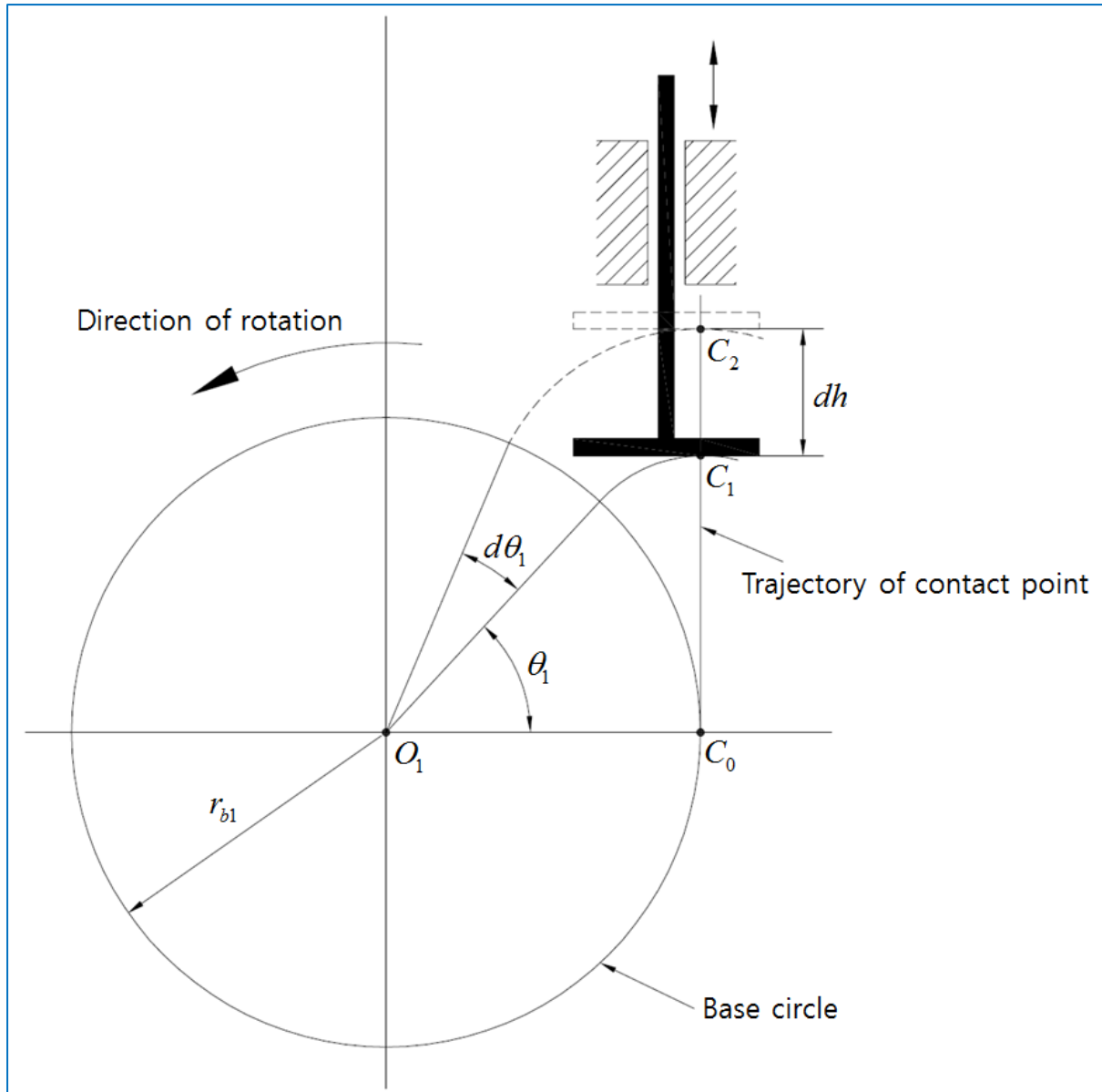
- (1) $\frac{F_1}{F}$ 가 Involute 곡선의 곡률반경 ρ 와 같다.
- (2) 기초원(base circle) → Involute 치형곡선은 base circle 밖에서만 생긴다.

3-6. Involute 치형과 Cycloid 치형의 비교

[표 1] 인벌루트와 사이클로이드 치형 비교

종류/성질	인벌루트 치형	사이클로이드 치형
압력각	압력각 일정	압력각 변화
미끄럼률/마모	미끄럼률은 치면의 모든 곳에서 변하며 미끄럼이 큰 치선부와 치원부에서는 치형이 무너지기 쉽다, 피치점에서 미끄럼률 0 / 마모불균형, 치형변화	치면상의 모든 곳에서 미끄럼률이 일정하고 균일한 마모로 되기 쉽다, 이 미끄럼률이 일정하다는 것이 사이클로이드 기어의 최대 장점
절삭공구	직선(사다리꼴)으로서 제작이 쉽고 값이 저렴함.	사이클로이드 곡선이여야 하고 구름원에 따라 여러 가지의 커터가 필요함.
공작방법	빈공간은 다소 치수의 오차가 있어도 됨, 전위절삭이 가능함.	빈공간이라도 치수가 극히 정확해야 하고 전위절삭이 불가능함.
중심거리/조립	약간의 오차 무방 / 용이함. 기어 박스의 심간거리가 조금 틀려도 기구학적으로 올바르게 물림.	정확해야 함. / 어려움. 심간거리가 조금이라도 틀려지면 기구학적으로 서로 물리지 않는다, 무리하게 운전하면 치형이 손상됨.
언더컷	발생	발생 안함.
호환성	압력각과 모듈이 모두 같아야 함.	원주피치와 구름원이 모두 같아야 함.
용도	전동용, 일반적인 용도	정밀기계(시계, 계기류)
물림상황	양각면끼리의 물림이기 때문에 치면에 걸리는 압력이 큼.	항상 양각과 음각면의 물림이기 때문에 인벌루트 치형보다 응력집중이 적음.

3-7. Involute 치형의 물림



[그림 9] 인벌루트 치형 특성

(1) 인벌루트 치형곡선 특징

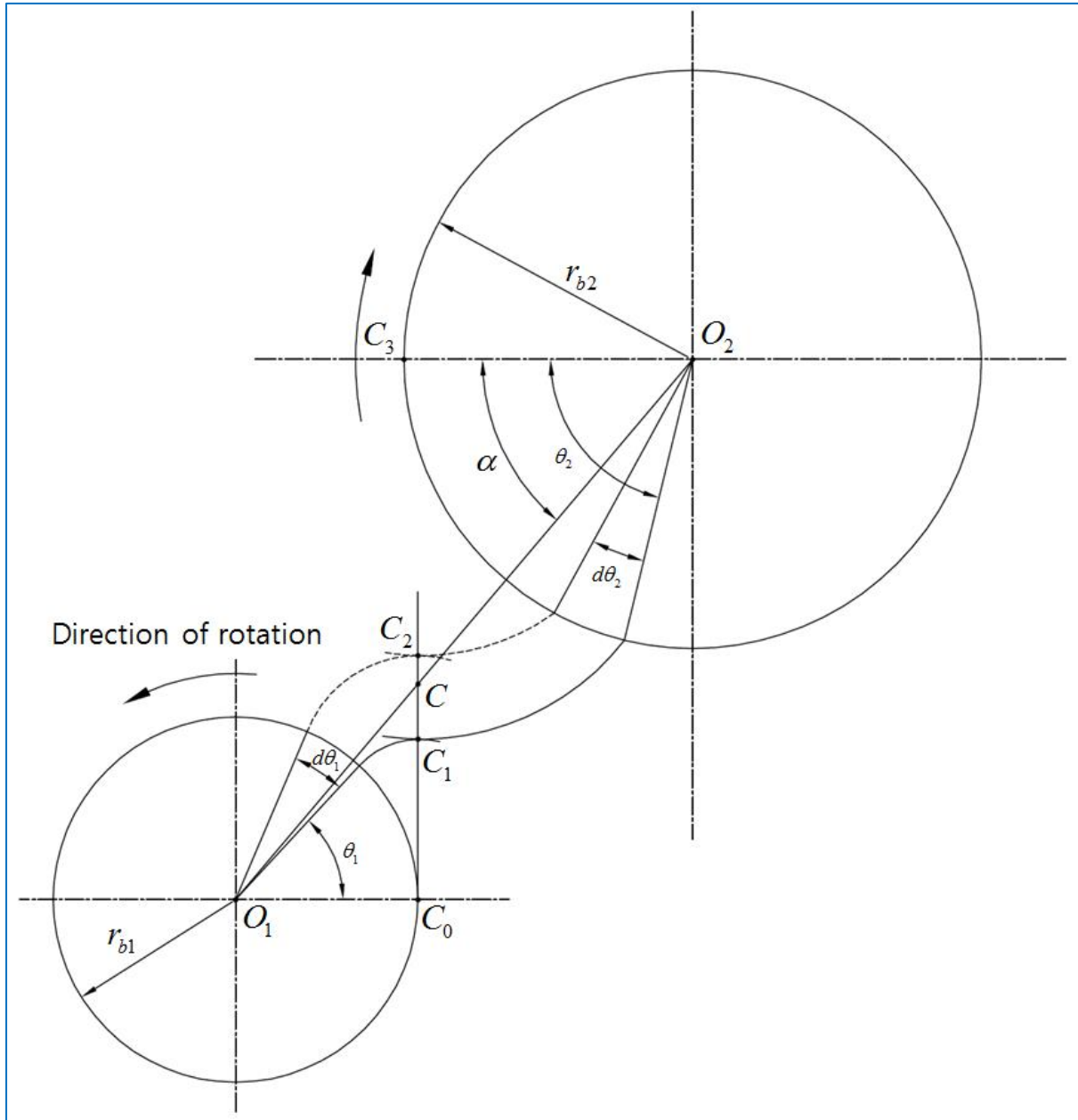
- r_{b1} : 기초원 반경
- Involute 치형에 접하는 평면판 조사 (평면판은 상하로 움직임)

$$dh = \overline{C_1C_2} = r_{b1} \times d\theta$$

- 움직이는 속도 v 는
시간에 대해 미분하면

$$v = \frac{dh}{dt} = r_{b1} \frac{d\theta}{dt} = r_{b1} \omega$$

* 기어가 일정속도로 회전 → 평판은 일정속도로 수직상승 → 등속운동

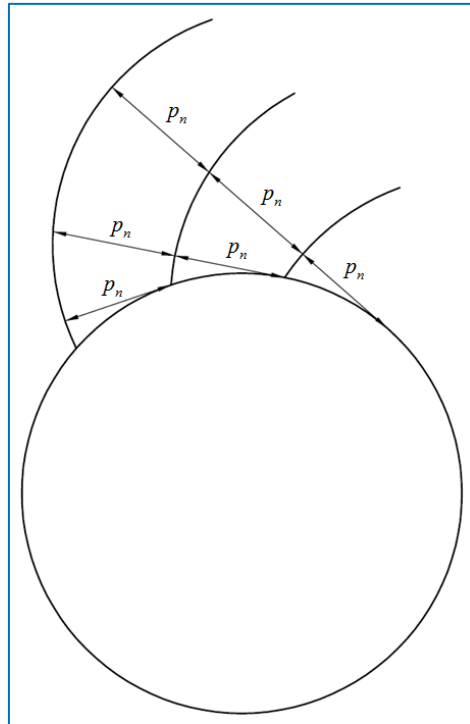


[그림 10] 인벌루트 치형 특성

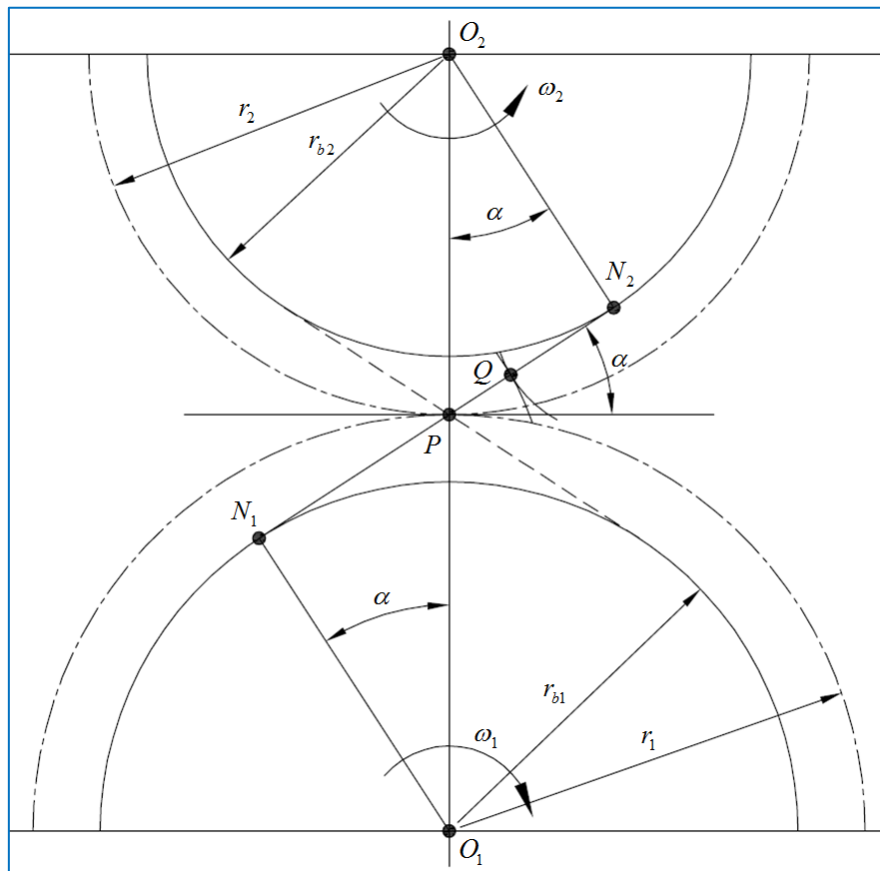
- $r_{b1}d\theta_1 = \overline{C_1C_2} = r_{b2}d\theta_2$
- $r_{b1} \frac{d\theta_1}{dt} = r_{b2} \frac{d\theta_2}{dt} \Rightarrow r_{b1}\omega_1 = r_{b2}\omega_2$
- $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \frac{\overline{CO_2}}{\overline{CO_1}}$
- 기초원 반지름은 각 기어에 대해 미리 결정되어 있다.
- 한쌍의 Involute 기어의 중심거리가 변하여도 일정속도비의 회전운동을 할 수 있다.
- 단, 중심거리가 변하면 물림피치원과 물림압력각이 변한다.

3-8. 법선피치

(1) 한 기초원 위의 Involute 곡선군 간 간격은 항상 P_n (법선피치)을 유지한다.



[그림 11] 법선피치



[그림 12] 기초원과 피치원에 따른 피치 및 중심거리 정의

- 기초원 반경 r_b , 직경 d_b

$$p_n = \frac{2\pi r_b}{Z} = \frac{\text{기초원 원주길이}}{\text{잇수}} = \frac{\pi d_b}{Z}$$

- 피치원 반경 r

$$r_b = r \cos \alpha, \quad d_b = d \cos \alpha$$

- (원주)피치 $p = \frac{\pi d}{Z}$

- 법선피치 $p_n = \frac{\pi d_b}{Z} = \frac{\pi d \cos \alpha}{Z} = p \cos \alpha$

- 중심거리 $A = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_{b1} + d_{b2}}{2 \cos \alpha}$

* 기어 제작 기준 : 잇수 → 압력각 → 모듈

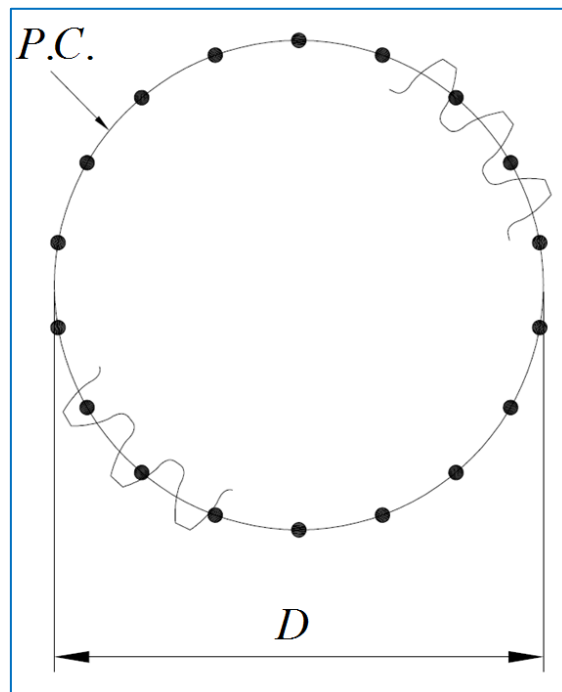
* 모듈과 압력각은 맞물리는 두 개의 기어에 동일한 값 적용

3-9. 기어 이의 크기 기준

(1) 피치원의 크기가 같더라도 기어로는 잇수를 적게 할 수도, 많게 할 수도 있어 이의 크기에 대한 기준이 필요하다.

(2) 이의 크기에 대한 세가지 기준

① 원주 피치(circular pitch) : p

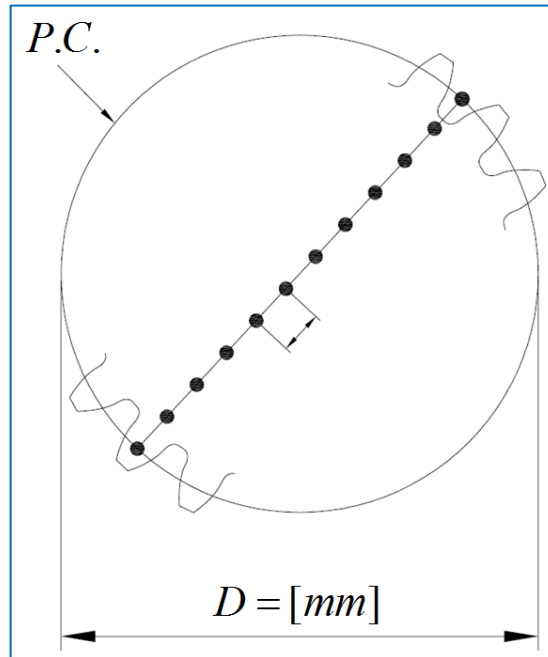


[그림 13] 기어 이 크기 기준(원주피치 기준)

$$p = \frac{\pi D}{Z}$$

* π 때문에 소수점 자리 발생 → 계산 곤란

② 모듈(module) : m (=이끝높이)

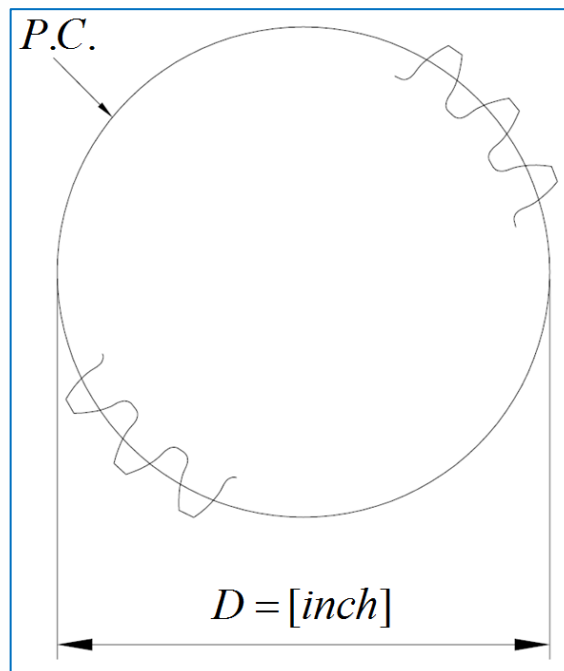


[그림 14] 기어 이 크기 기준(모듈 기준)

- 모듈 $m = \frac{D}{Z} = \frac{\text{피치원 직경}}{\text{잇수}}$

- $\pi m = \frac{\pi D}{Z} = P$

③ 지름피치(diametral pitch) :

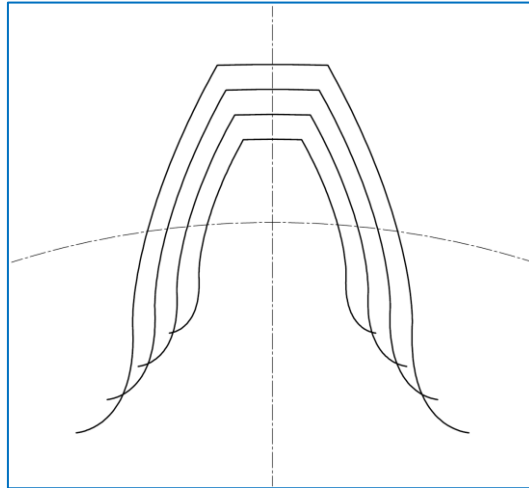


[그림 15] 기어 이 크기 기준(지름피치 기준)

- $P_d = \frac{Z}{D[\text{inch}]}$

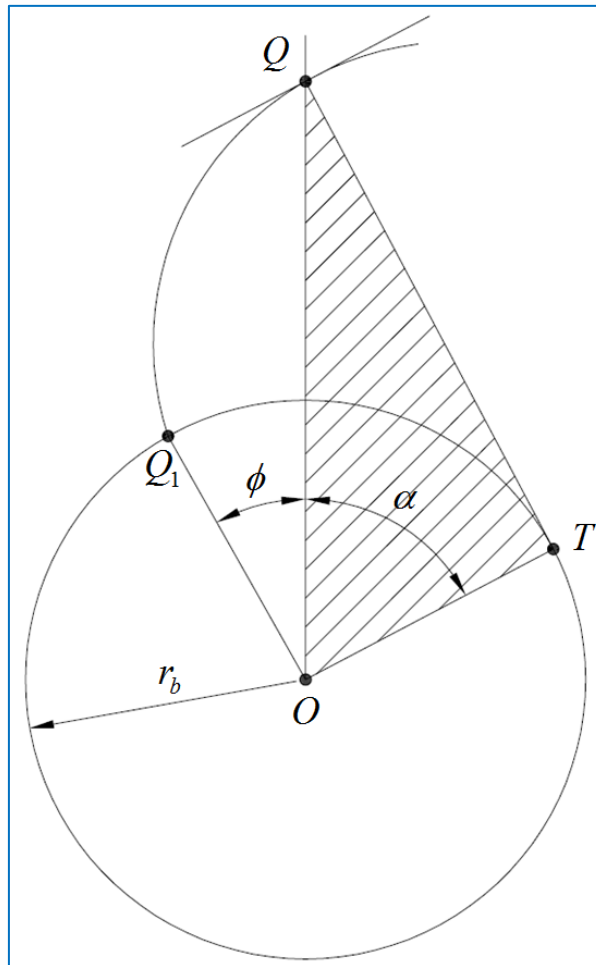
3-10. Module의 표준값

- (1) 모듈과 지름 피치는 수치를 마음대로 정하면 치의 크기와 종류가 너무 많아 공작이 불편하므로 표준값이 결정되어 있다. (ISO, DIN, KS 등)



[그림 16] 다양한 모듈 크기

3-11. 인벌루트(Involute) 함수



[그림 17] 인벌루트 치형

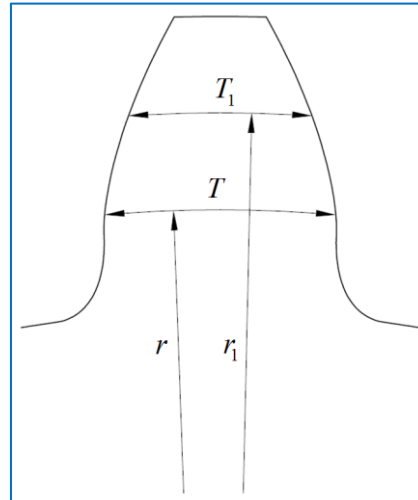
$$- \overline{TQ} = TQ_1$$

$$- r_b \tan \alpha = r_b(\phi + \alpha)$$

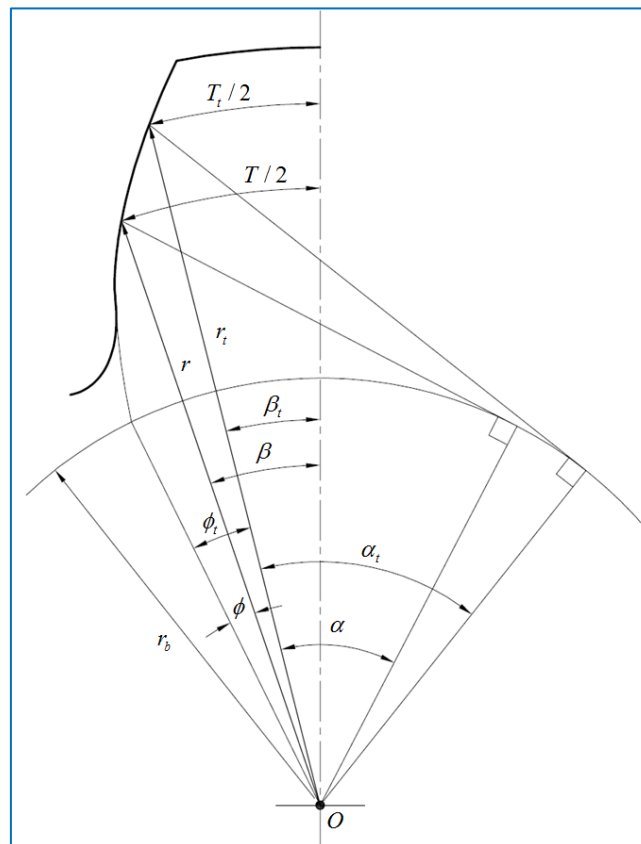
$$- \phi = \tan \alpha - \alpha = \text{inv} \alpha [\text{rad}]$$

- * 임의의 involute 함수의 점에서 기초원 중심을 잇는 직선과 그 직선을 기준으로 involute 시작점과 접점의 관계식

3-12. 임의의 반지름에서의 이두께 계산



[그림 18] 임의의 반경에서 이두께



[그림 19] 치의 이두께

* β , T , r 관계식 (r_b : 기초원 반경 , α : 기준 압력각)

$$- \frac{T}{2} = \beta r \quad , \quad \frac{T_t}{2} = \beta_t r_t$$

$$- \beta = \frac{T}{2r} \quad , \quad \beta_t = \frac{T_t}{2r_t}$$

$$- \beta - \beta_t = \frac{T}{2r} - \frac{T_t}{2r_t}$$

그림에서 보면

$$\beta - \beta_t = \phi_t - \phi \quad \text{이므로}$$

$$\beta - \beta_t = \frac{T}{2r} - \frac{T_t}{2r_t} = \phi_t - \phi = \text{inv} \alpha_t - \text{inv} \alpha \quad \text{이며}$$

T_t 에 대해 정리하면

$$* T_t = 2r_t \left(\frac{T}{2r} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_t \right) = d_t \left(\frac{T}{d} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_t \right)$$

여기서 α 와 α_t 는

$$r_b = r \cos \alpha = r_t \cos \alpha_t \quad \text{을 이용하여 구한 다음}$$

위 식에 대입하여 임의의 반경 r_t 에서의 T_t 를 구한다.

* 그럼 이두께 T_t 가 0이 되는 R_t 는?

$$\frac{T}{d} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_t = 0$$

$$\text{inv} \alpha_t = \text{inv} \alpha + \frac{T}{2r} \rightarrow \alpha_t \text{ 계산}$$

$$r_b = r_t \cos \alpha_t \rightarrow r_t \text{ 계산}$$

※ 임의 반경 r_t 에서의 T_t 를 구하는 것은 일반적으로 쉽게 되지만 이두께 T_t 가 0이 되는 r_t 를 계산하려면 어느 정도 수학적 기교를 필요로 한다.

3-13. 표준 Spur Gear 각부 관계식 정리

[표 2] Spur Gear 각부 관계식

표준 Spur Gear 각부 관계식		
기어의 잇수	z	
Module	$m (= \frac{d_p}{z} = \frac{p}{\pi})$	
압력각	α	
정격	$c \geq 0.25m$	

이끌 높이	$h_a = m$	
이뿌리 높이	$h_f = m + c \geq 1.25m$	
전치 높이	$h = h_a + h_f \geq 2.25m$	
유효치 높이	$h_w = h - c = 2m$	
계산항목		
피치원 직경	$d_p = mz$	
이끌원 직경	$d_a = d_p + 2h_a = (z + 2)m$	
이뿌리원 직경	$d_f = d_p - 2h_f = (z - 2)m - 2c$	
기초원 직경	$d_b = d_p \cos \alpha = mz \cos \alpha$	
원주 피치	$p = \pi m$	
법선 피치	$p_n = p \cos \alpha = \pi m \cos \alpha = \frac{\pi d_b}{z}$	
아크 이두께 (피치원 상)	$T_p = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2}$	
아크 이두께 (기초원 상)	$T_b = d_b \left(\frac{T_p}{d_p} + \text{inv} \alpha \right)$ $= \left(\frac{\pi}{2} + z \text{inv} \alpha \right) m \cos \alpha$ <p>※ 기초원 상의 $\alpha_b = 0$ 이므로 $\text{inv} \alpha_b = 0$ 임</p>	
임의의 원 상의 아크 이두께	$T_t = d_t \left(\frac{T_p}{d_p} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_t \right)$	
끝의 뾰족함 한 계	$0 = \frac{T_p}{d_p} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_t$	
걸치기 이 두께	$T_m = m \cos \alpha [\pi(z_m - 0.5) + z \text{inv} \alpha]$	
걸치기 이 두께 (전위기어)	$T_m = m \cos \alpha [\pi(z_m - 0.5) + z \text{inv} \alpha] + 2xm \sin \alpha$	
걸치기 이 두께 (전위기어+백래 쉬)	$T_m = m \cos \alpha [\pi(z_m - 0.5) + z \text{inv} \alpha] + 2xm \sin \alpha - \delta \cos \beta \cos \alpha$	
오버핀 측정 (짝수 이)	$d_m = \frac{mz \cos \alpha}{\cos \phi} + d_p$	
오버핀 측정 (홀수 이)	$d_m = \frac{mz \cos \alpha}{\cos \phi} + \cos \left(\frac{90^\circ}{z} \right) + d_p$	

본사

04532, 서울특별시 중구 소공로 94 (OCI빌딩, 14층)
Tel. 02-728-7481 Fax. 02-714-9235

Headquarters

14th Floor, OCI BLDG., 94, Sogong-ro, Jung-gu, Seoul, 04532, Republic of Korea
Tel. +82-2-728-7481 Fax. +82-2-714-9235

연구소

15850, 경기도 군포시 고산로 166, 104동 201호 (당정동, SK벤티움)
Te Tel. 031-436-1300 Fax. 031-436-1301

EU & America Sales

14th Floor, OCI BLDG., 94, Sogong-ro, Jung-gu, Seoul, 04532, Republic of Korea
Tel. +82-2-728-7467 Fax. +82-2-714-9235

Asia Sales

14th Floor, OCI BLDG., 94, Sogong-ro, Jung-gu, Seoul, 04532, Republic of Korea
Tel. +82-2-728-7491 Fax. +82-2-714-9235

China Sales

上海聚醚醚化工贸易有限公司
上海市长宁区天山路1717号SOHO天山广场2幢T2-903C室(200051)
Tel. +86-21-6237-1977 ; E-mail: cpac.sales@gpac-kpac.com

Disclaimer: 1. 상기 자료는 본 제품에 대해 당사의 현재 기술 수준에서 측정된 것이며, 측정 방법 및 조건에 따라 변경될 수 있습니다. 본 제품에 고객에 의해 안료 및 기타 첨가제가 사용된 경우 상기 자료는 적용되지 않습니다. 본 제품은 (치)의학 Implants 용으로는 적합하지 않으며, 고객은 안전 및 보건 기준에 따라 본 제품을 사용해야 합니다. 제품 사용의 결정 및 책임은 고객에게 있으며, 상기 자료는 법적 소송 및 근거자료로 활용될 수 없습니다.

2. 상기 성형수축률은 당사 시험편 금형을 이용하여 특정 사출조건에 한하여 측정된 수치이므로, 측정조건에 따라 다소 변동될 수 있습니다. 귀사에서 제작하고자 하는 금형의 경우 두께, 디자인, 사출기, 사출조건 등이 당사 시험편 금형과 상이하여 상기 수축률과 차이가 있을 수 있으므로, 귀사의 설계조건, 사출성형조건 등을 충분히 검토하신 후 필요 시 보정하여 적용하시기 바랍니다. 제작하고자 하는 금형과의 수축률 차이가 발생할 경우 당사에서는 어떠한 법적 책임도 질 수 없으며, 모든 책임은 귀사에 있음을 분명히 밝혀 드립니다.